

複素数の図形的意味

すべての実数は数直線上の点と1対1に対応する。 $1 \times (-1) = -1$, $2 \times (-1) = -2$ を数直線上で考えよう。

-1 を掛けることで、数直線上の点 1 は原点に関して対称な点 -1 に移される。

同様に、数直線上の点 2 は原点に関して対称な点 -2 に移される。

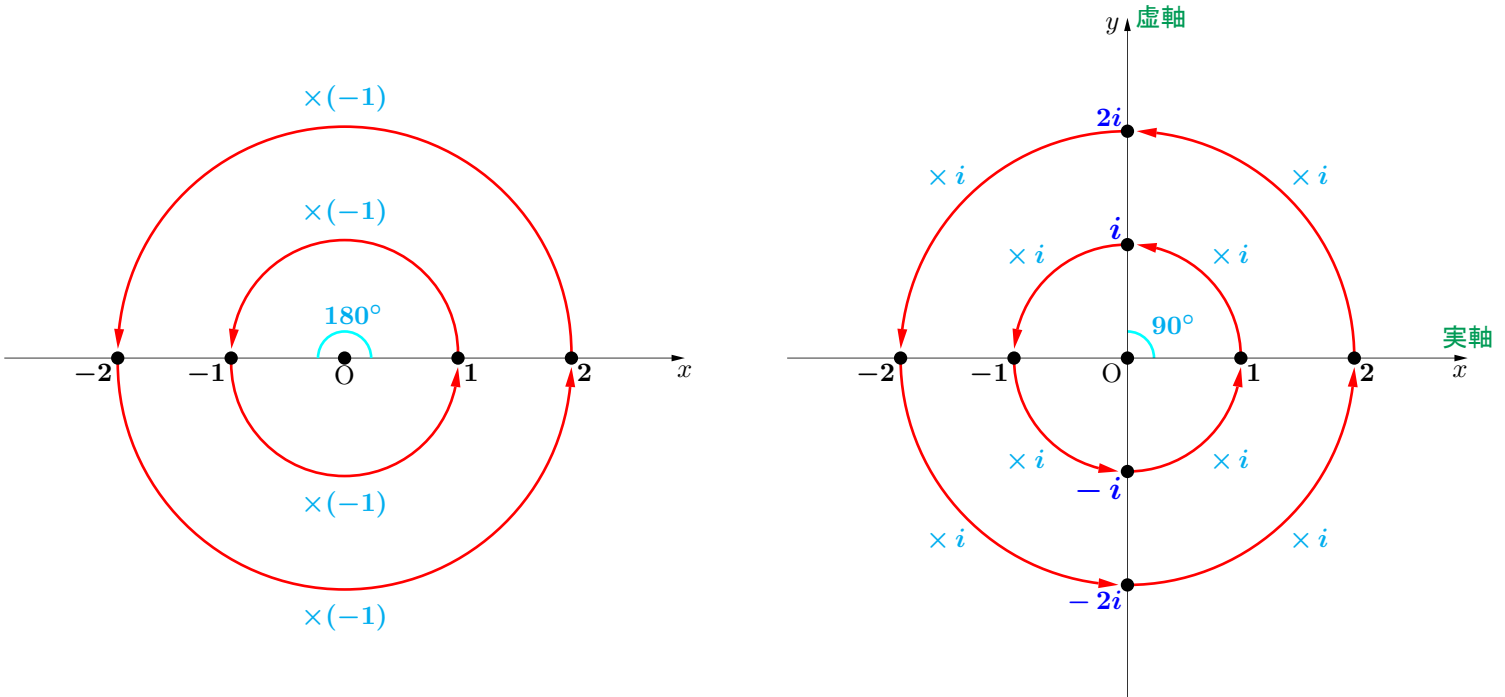
よって、 -1 を掛けることを、原点を中心とする 180° の回転とみなすことができる (左図)。

また、さらに -1 を掛けると元の点に戻ってくる。つまり、 $(-1) \times (-1)$ は 180° 回転を 2 回 (360° 回転) することに対応している。

そういえば、 $i \times i = -1$ であった。

$\times (-1)$ が 180° 回転ならば、 $\times i$ は 90° 回転と考えるのが自然ではないか。

よし、数直線上の点 1 を 90° 回転した点を i と決めよう。



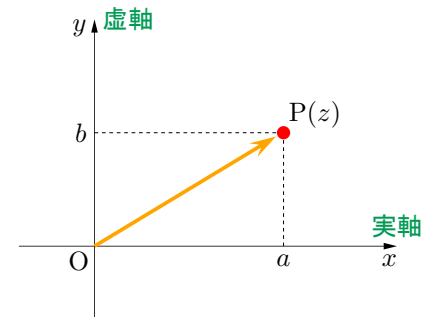
同様に y 軸上に点 $-i$, $2i$, $-2i$ などをとることができる。

実数を表す x 軸を **実軸**、純虚数を表す y 軸を **虚軸** という。

このように虚軸を定義すると、複素数に合理的な形で図形的意味付けをなすことができる。

結局、すべての複素数 z は座標平面上の点と1対1に対応する。

例えば、 $z = a + bi$ は点 (a, b) と対応する。



数 (実数) を表す直線が「数直線」である。これに対し、数 (複素数) を表す平面が「数平面」、すなわち**複素数平面**なのである。

$z = a + bi$ (a, b : 実数) で表される数を **複素数** という。 $b = 0$ のときは実数になる。

$b \neq 0$ のもの ($2i$, $1 + 3i$ など) を **虚数** という。つまり、実数ではないものが虚数である。

$b \neq 0$ のものの中で $a = 0$ のもの ($2i$, $-3i$ など) を特に **純虚数** という。

$\times i$ が反時計回りに 90° 回転することに対応する。 $\times (-i)$ が時計回りの 90° 回転 (反時計回りに -90° 回転) に対応していることも確認しておこう。

例えば、 $i \times (-i) = 1$ は、点 i が反時計回りに -90° 回転して 1 に戻ることを意味している。

複素数は、1つの数で2次元である平面と対応している。言い換えると、1つの複素数の中には2つの情報が含まれている。

これは、平面上の1つのベクトル \vec{a} が2つの成分の情報 (a_1, a_2) を含んでいたことに類似している。

つまり、 $z = a + bi$ は、原点を始点とする位置ベクトル $\vec{z} = (a, b)$ とも考えられる。

今後、ベクトルとの関連性を常に意識しながら複素数を幾何的に考察することになる。

複素数平面の世界の探索の前に、まずは次の問題で複素数平面の意義を実感してほしい。