

# 受験の月 高校数学総覧+α 目次

<https://examist.jp/category/mathematics/>

伝説の大学入試問題（数学）（<https://examist.jp/category/legendexam/>）

1. 1979 - 2022 年 共通1次 → センター試験 → 共通テスト 終わりなき難化の果てに完成した戦慄の集大成（難易度比較完全版）
2. 2022 年 共通テスト数学 IA 既存の戦略完全崩壊で平均 38 点!!!最上位層を駆逐した異次元難度の恐るべきカラクリ
3. 2021 年 近畿大学 (医) PCR 検査は正確? 検査陽性のパラドックス
4. 2020 年 横浜市立大学 無理数の無理数乗が有理数? 驚異の両刀論法
5. 2019 年 京都大学 対数表の誕生～後世のため自ら計算地獄に落ちた男達～
6. 2018 年 東海大学 / 2020 年 慶應義塾大学 伝説のバーゼル問題を瞬殺!!!
7. 2017 年 慶應義塾大学 解答奉納! 江戸の数学『和算』を謳歌する!!!
8. 2016 年 東京医科歯科大学 完全数の出題が定められた宿命の年
9. 2016 年 横浜市立大学 伝説が伝説を呼ぶ! 真正正銘の 7 倍角!!!
10. 2015 年 センター数学 IIB エピローグ 元 SKE48 菅なな子『アイドル受験戦記』名古屋大合格への軌跡
11. 2015 年 センター試験 数学 IIB 7 倍角! 外トロコイド! 極限! 周期数列! 平均 27 点の真相
12. 2013 年 大阪大学 先人達が歩んだ円周率の歴史を辿る～ルドルフの偉業～
13. 2013 年 大阪大学 公式丸暗記に対する警告? ②
14. 2013 年 慶應義塾大学 慶応はナンプレ (数独) が好き?
15. 2013 年 センター試験 数学 IA 突かれた盲点! 1ヶ所で 27 点が奪われた!
16. 2012 年 信州大学 愛の方程式に心を奪われた日
17. 2010 年 大阪大学 次元が違う! オイラーの世界で二番目に美しい数式からポアンカレ予想まで
18. 2010 年 センター試験 数学 IA センターレベルを超えた高難度の問題 2 連発がもたらした惨劇
19. 2009 年 一橋大学 ハーディ・ラマヌジャンのタクシー数
20. 2008 年 東京工業大学 15 年の時をまたいで難問再び! 1 行の記述で 30 点満点の 10 点?
21. 2006 年 京都大学 最も短い入試問題
22. 2004 年 慶應義塾大学 嘘つきは誰だ (論理パズル)
23. 2003 年 東京大学 / 大阪大学 円周率を 3 にしようとするゆとり教育への警告?
24. 2003 年 日本女子大学 素数の謎を解き明かせ～オイラー・ガウス・リーマンの挑戦～
25. 2000 年 静岡大学 静岡県が誇る世界遺産の大絶景を堪能!!!
26. 1999 年 東京大学 公式丸暗記に対する重大警告! 絶望の証明問題
27. 1998 年 東京大学 大学入試史上 No.1 の超難問～20 年目の真実～
28. 1998 年 信州大学 フェルマーの最終定理～数学者達の 350 年間の戦い～
29. 1995 年 京都大学 自分の点数を自分で決められる?
30. 1986 年 秋田大学 何がでるかニャ?
31. 1980 年頃 早稲田大学 トランプの確率: 正しいのは,  $\frac{1}{4}$ ?  $\frac{10}{49}$ ?
32. 1979 年 鳥取大学 浮気者 P 君の末路

大学入学共通テスト数学の裏技と対策 (旧センター試験) (<https://examist.jp/category/mathematics/urawaza/>)

1. 大学入学共通テスト数学の特徴・目標・難易度・対策・最終確認ポイント
2. 裏技：2次関数の最大・最小は頂点と区間の端を調べよ！
3. 裏技：図やグラフを正確に描いて目分量で予想せよ！
4. 裏技：穴に入るのは全て整数であることを強烈に意識せよ！
5. 裏技：穴の形から答えを予想し、さらに逆算して特定せよ！
6. 大学入学共通テスト数学最強の数学的裏技： $\frac{a}{6}$ ,  $\frac{a}{12}$ ,  $\frac{a}{3}$  面積公式
7. 最凶の裏技：必要条件から攻める
8. 数学 IA の図形問題の最終奥義：座標平面の設定

大学入試 記述試験用答案作成テクニック (<https://examist.jp/category/mathematics/kijyutu-touan/>)

1. 記述数学の恐怖!? 説明不足の答案が0点にされても文句を言えない理由
2. 記述試験用答案作成の基本戦略と心構え
3. 記述試験の答案用紙には自分のすべてを書き残して採点官に見てもらえ!!!
4. 本番で動かすべきは頭ではなく手! 難関大学受験生が見せる執念とその真の目的
5. 自分の思考を整理しつつ答案の体裁を整える方法
6. 複数の解法を並列して記述せよ! 消しゴムはいらない子!
7. (1)に執着するな! 必ず(2)以降にも着手せよ!
8. 試験終了直前に序盤での重大ミス発覚! 時間がなければ修正能力をアピールせよ!
9. グラフの描き方を忘れても諦めるな! とっておきの最終手段がある!
10. 凡ミスの原因・対処法と入試における優先順位
11. 受験生が陥る『減点恐怖症』『答案殺し』の罠! 白紙寸前の難問で最低でも書くべきコト。

1. 高校数学の勉強法 (定期試験対策と外部模試・大学入試対策)
2. グラフや図形の正しい描き方と綺麗な円を描く裏技
3. 近似値 (平方根・円周率・常用対数・自然対数の底) のゴロ合わせ
4. 数学 I 数と式 (整式の計算・因数分解・実数) 基本事項まとめ
5. 数学 I 数と式 (方程式と不等式) 基本事項まとめ
6. 数学 I 集合と論理 基本事項まとめ
7. 数学 I 2次関数 (グラフと最大・最小) 基本事項まとめ
8. 数学 I 2次関数 (2次方程式と2次不等式) 基本事項まとめ
9. 数学 I 三角比と図形の計量 基本事項まとめ
10. 数学 I データの分析 基本事項まとめ
11. 数学 A 場合の数 基本事項まとめ
12. 数学 A 確率 基本事項まとめ
13. 数学 A 整数 (不定方程式) 基本事項まとめ
14. 数学 A 整数 (不定方程式以外) 基本事項まとめ
15. 数学 A 図形の性質 (平面図形と空間図形) 基本事項まとめ
16. 数学 II 式と証明 基本事項まとめ
17. 数学 II 複素数と方程式 基本事項まとめ
18. 数学 II 図形と方程式 (直線) 基本事項まとめ
19. 数学 II 図形と方程式 (円) 基本事項まとめ
20. 数学 II 図形と方程式 (軌跡と領域) 基本事項まとめ
21. 数学 II 三角関数 基本事項まとめ
22. 数学 II 指数関数と対数関数 基本事項まとめ
23. 数学 II 整式の微分 基本事項まとめ
24. 数学 II 整式の積分 基本事項まとめ
25. 数学 B 数列 基本事項まとめ
26. 数学 B 数列 (漸化式と数学的帰納法) 基本事項まとめ
27. 数学 B 確率分布と統計的な推測まとめ
28. 数学 III 分数関数・無理関数・逆関数・合成関数 基本事項まとめ
29. 数学 III 極限 基本事項まとめ
30. 数学 III 微分法 (計算) 基本事項まとめ
31. 数学 III 積分法 (計算) 基本事項まとめ
32. 数学 C 平面ベクトルと平面図形 基本事項まとめ
33. 数学 C 空間ベクトルと空間図形、空間の方程式 基本事項まとめ
34. 数学 C 2次曲線 (放物線・楕円・双曲線) 基本事項まとめ
35. 数学 C 複素数平面 基本事項まとめ

1. 整式の降べきの順の整理と高校数学の正しい学習姿勢①
2. 整式の加法・減法・乗法、累乗・指数法則と高校数学の正しい学習姿勢②
3. 展開公式の利用
4. 展開の工夫① 共通部分の置き換え
5. 展開の工夫② 順序・組み合わせ
6. 2次3項式  $ax^2 + bx + c$  の因数分解 (たすき掛け)
7. 因数分解公式と3次式の因数分解①
8. 因数分解公式と3次式の因数分解②  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
9. 因数分解の工夫 置き換え
10. 複数の文字を含む因数分解は最も次数が低い文字で整理せよ
11. 2元2次6項式  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$  の因数分解
12. 複2次式 (2乗の2次式  $ax^4 + bx^2 + c$ ) の因数分解
13. 3変数対称式の因数分解
14. 3変数交代式の因数分解
15. 分数と循環小数の相互変換
16. 平方根の計算 (分母の有理化)
17. 絶対値のはずし方の基本
18. 平方根の定義と2乗の平方根  $\sqrt{a^2}$  の基本的な扱い
19. 2重根号のはずし方
20. 対称式の定義, 基本定理, 代表的な変形公式
21. 交代式の定義と性質, 対称式との関係
22. 2変数対称式・交代式の値 ( $x^2 + y^2, x^3 + y^3, x^2 - y^2$  など)
23.  $x$  と  $\frac{1}{x}$  の対称式・交代式の値 ( $x^2 + \frac{1}{x^2}, x^3 + \frac{1}{x^3}, x^2 - \frac{1}{x^2}$  など)
24. 3変数対称式の値 ( $x^2 + y^2 + z^2, x^3 + y^3 + z^3$  など)
25. 整数部分と小数部分

26. 不等式の基本性質と式の値の範囲
27. 1次不等式の基本
28. 連立1次不等式と数直線の書き方
29. 絶対値付き方程式・不等式 (瞬殺型①)  $|x| = a, |x| > a, |x| < a$
30. 絶対値付き方程式・不等式 (瞬殺型②)  $|x| = |y|, |x| > |y|$
31. 絶対値付き方程式・不等式 (一般型) の基本的解法と裏技的解法
32. 1次不等式の解の存在条件 2パターン
33. 1次不等式の整数解の個数
34. 文字係数の1次方程式
35. 文字係数の1次不等式
36. 文字係数の2元連立1次方程式
37. 3元連立1次方程式 (一般型と循環型)

数学 I 2次関数 (グラフと最大・最小) (<https://examist.jp/category/mathematics/quadratic-function1/>)

1. 関数の定義と値, 定義域・値域と最大・最小
2. 値域から1次関数の係数決定
3. 絶対値付き1次関数のグラフ
4. グラフを利用する絶対値付き1次不等式
5. 絶対値付き1次方程式の解の個数
6. ガウス記号とグラフ ( $y = [x]$  など)
7. 平方完成  $a(x-p)^2 + q$  の基本手順と意義
8. 2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフ
9. 2次関数のグラフの平行移動の原理 ( $x \rightarrow x-p, y \rightarrow y-q$  で  $(p, q)$  平行移動できる理由)
10. 2次関数のグラフの対称移動の原理 ( $x$  軸,  $y$  軸, 原点)
11. 2次関数の最大・最小の基本
12. 文字を含む2次関数の最小値の最大値
13. 2次関数の最大値・最小値から係数決定
14. 文字を含む2次関数の最大・最小① 区間固定で関数の軸が動く (高校数学最重要問題)
15. 文字を含む2次関数の最大・最小② 関数固定で区間の一端が動く
16. 文字を含む2次関数の最大・最小③ 関数固定で区間が一定幅で動く
17. 4次関数の最大・最小 (置換型)
18. 条件付き2変数関数の最大・最小
19. 独立2変数2次式の最大・最小
20. 2つの2次関数の大小関係4パターン (「すべて」と「ある」)

数学 I 2次関数 (2次方程式と2次不等式) (<https://examist.jp/category/mathematics/quadratic-function2/>)

21. 2次方程式の解法 (基本3パターン), 解の公式の証明
22. 様々な2次方程式の解法 (分数, 小数, 根号, 置換, 絶対値)
23. 文字係数の2次方程式
24. 2次方程式の実数解の個数 (判別式)
25. 2次方程式の解から係数決定 (解と係数の関係)
26. 2元2次連立方程式3パターン
27. 2つの2次方程式の共通解3パターン
28. 2次関数と  $x$  軸の位置関係, 共有点の個数 (判別式  $D$ )
29. 2次関数のグラフ  $y = ax^2 + bx + c$  の係数の符号
30. 2次関数が  $x$  軸から切り取る線分の長さ
31. 2次関数と直線の位置関係と判別式  $D$
32. 2次関数の決定 (基本形・一般形・分解形)
33. 基本的な2次不等式の解法
34. 絶対値付き2次不等式の解法
35. 文字係数の2次不等式の解法
36. 2次不等式の整数解の個数
37. 2次不等式の解から係数決定
38. すべての実数に対して成り立つ2次不等式 (絶対不等式)
39. ある区間で常に成り立つ2次不等式

40. 2次方程式の解の存在範囲(解の配置)の基本:「判別式」「軸の位置」「区間の端の $y$ 座標の正負」に着目せよ!
41. 2次方程式の解の存在範囲  $f(p)f(q) < 0$  の利用
42. 2次方程式の解の存在範囲 高難度の最終形態
43. 絶対値付き2次方程式の解の個数
44. 条件付き2変数関数の最大・最小(実数解条件利用)
45. 関数の値域(実数解条件利用)

## 数学 I 集合・命題・条件・論理・証明 (<https://examist.jp/category/mathematics/class/>)

1. 集合の要素, 集合の包含関係, 集合の表現
2. 2つの集合の共通部分と和集合, 補集合, ド・モルガンの法則(ベン図)
3. 3つの集合の共通部分, 和集合, 補集合, 結合法則と分配法則, ド・モルガンの法則の拡張(ベン図)
4. 不等式で表される実数の集合の共通部分, 和集合, 補集合(数直線の利用)
5. 無限集合の包含関係  $A \subset B$  の証明
6. 無限集合の相等  $A = B$  の証明
7. 命題の真偽, 条件, 仮定と結論, 反例の探し方, 代表的な反例
8. 命題の真偽と集合の包含関係(数直線・領域の利用)
9. 条件の否定とド・モルガンの法則, 「すべて」「ある」の否定
10. 代表的な同値変形8パターンとその証明(高校数学最重要事項)
11. 超頻出! 同値変形演習12題
12. 必要条件と十分条件の確実な判定方法
13. 命題  $p \implies q$  の逆・裏・対偶
14. 対偶を利用した整数や実数の性質の証明
15. 必要条件と十分条件の問題演習①(実数の性質)
16. 必要条件と十分条件の問題演習②(絶対値絡み)
17. 必要条件と十分条件の問題演習③(3変数等式や図形など)
18. 必要条件と十分条件の問題演習④(整数の性質)
19. 共通要素から集合の要素の決定
20. 背理法(無理数であることの証明), 有理数と無理数の等式  $a + b\sqrt{k} = 0$

## 数学 I データの分析 (<https://examist.jp/category/mathematics/data/>)

1. 度数分布表とヒストグラム
2. 代表値① 平均値と仮平均法
3. 代表値② 中央値(メジアン)と最頻値(モード)
4. 5数要約(四分位数)と箱ひげ図
5. 分散  $s^2$  と標準偏差  $s$ , 分散の別公式
6. 2つのデータを合わせたデータの分散
7. 共分散  $s_{xy}$ , 散布図と相関係数  $r_{xy}$  の関係一覧
8. 変数変換による平均値・分散・標準偏差・共分散・相関係数の変化
9. 変数変換と標準化, 偏差値
10. 変数変換  $u = x + y$  と分散の大小比較
11. 最小二乗法と回帰直線
12. 仮説検定と反復試行の確率

1. 直角三角形を用いた三角比 ( $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$ ) の定義とその理由,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  の三角比
2. 三角比による測量, 仰角と俯角
3. 単位円を用いた三角比 ( $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$ ) の定義とその理由,  $0^\circ \sim 180^\circ$  の三角比
4. 三角比 ( $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$ ) の相互関係 4 式の証明と利用
5.  $\sin \theta$  と  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  と  $\frac{1}{\tan \theta}$  の対称式・交代式の値
6. 余角  $90^\circ - \theta$  の公式と補角  $180^\circ - \theta$  の公式の証明と強力な覚え方, 三角比の等式の証明 ( $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$  など)
7.  $15^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $67.5^\circ$  の三角比の値の図形的な求め方
8.  $\sin 18^\circ$  と  $\cos 36^\circ$  の値 (正五角形を利用した図形的解法)
9. 基本的な三角方程式 ( $\sin \theta = k$ ,  $\cos \theta = k$ ,  $\tan \theta = k$ )
10. 基本的な三角不等式 ( $\sin \theta > k$ ,  $\cos \theta > k$ ,  $\tan \theta > k$ )
11. 三角比の 2 次方程式 2 パターン
12. 三角比の 2 次不等式
13. 直線の傾きと  $\tan \theta$ , 2 直線のなす角
14. 解けない三角方程式から三角比の値
15. 三角比の 2 次関数の最大・最小
16. 係数が三角比の 2 次方程式の解の存在範囲
17. 正弦定理 (円周角の定理と三角比の融合) の証明と利用
18. 第 2 余弦定理 (三平方の定理の一般化) と第 1 余弦定理の証明と利用
19. 三角形を解く (三角形の 6 要素の決定)
20. 正弦定理 (比例式) と余弦定理
21. 三角形の鋭角・直角・鈍角条件, 三角形の成立条件 3 パターン
22. 三角比の等式を満たす三角形の形状決定
23. 三角比による三角形の面積の公式  $S = \frac{1}{2}bc \sin A$  の証明と利用
24. 三角形の面積のヘロンの公式  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  の証明と利用
25. 正十二角形の周長と面積, 多角形の求積の原則
26. 三角形の外接円の半径, 内接円の半径と面積の関係  $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$
27. 三角形の頂角の二等分線の長さ: 基本 2 パターン, 裏技公式  $x = \sqrt{ab-cd}$  とその証明
28. 中線定理 (パップスの定理) とステュワートの定理の三角比による証明
29. 対角線の長さとなす角で表された四角形の面積公式  $S = \frac{1}{2}pq \sin \theta$  (裏技) の証明, 対角線の長さの和が一定である四角形の面積の最大
30. 円に内接する四角形の対角線の長さとの面積
31. 円に内接する四角形の面積ブラーマグプタの公式の証明と円に内接しない四角形の面積プレートシュナイダーの公式 (裏技)
32. トレミー (プトレマイオス) の定理 (裏技) の三角比による証明と幾何的証明, 記述試験で無断使用できる?
33. トレミーの定理 (裏技) の応用 6 種 (円に内接する四角形の対角線の長さなど)
34. 円に内接する四角形の計量: 基本と裏技のまとめ (トレミーの定理, ブラーマグプタの公式他)
35. 直角三角錐 (3 直角四面体) の底面積と高さ, 裏技「四平方の定理」
36. 2 直角四面体の体積, 直線と平面の垂直条件
37. 正四面体の計量: 表面積・2 面のなす角・高さ・体積・内接球の半径・外接球の半径と立方体への埋め込み
38. 3 辺の長さが等しい (三脚型) 四面体の体積
39. 対称面をもつ四面体の体積
40. 立体 (正四面体・直円錐) 表面上の最短経路
41. 等面四面体の体積と直方体への埋め込みと存在証明

1. 集合の要素の個数 (個数定理)
2. 集合の要素の個数の最大・最小
3. 場合の数の数え方, 和の法則と積の法則
4. 補集合の利用 「～でない」「少なくとも～」, 3つのサイコロの目の積が偶数・4の倍数
5. 硬貨で支払える金額の場合の数 (両替)
6. 硬貨で支払う方法の場合の数
7. 順列の基本 (積の法則,  ${}_nP_r$ , 階乗)
8. 異なる数字の順列 (奇数・偶数・3の倍数・4の倍数) とその和
9. 辞書式に並べる順列
10. 重複順列  $n^r$ , 部分集合の個数, 部屋割り
11. 隣接する順列と隣接しない順列
12. 連続条件のある重複順列
13. 組合せの基本と順列との関係, 二項係数  ${}_nC_r$  の等式の証明
14. 同じものを含む順列  $\frac{n!}{p!q!r!}$ , 2種類の数字からなる自然数の個数
15. 同じものを含む順列の応用 (隣接する・隣接しない)
16. 一部の順序が指定された順列
17. 最短経路の総数 (平面), 同じものを含む順列の応用 (連続, 変化の回数)
18. 最短経路の総数 (空間)
19. 常に  $y \leq x$  を満たす最短経路の総数とカタラン数  $C_n$
20. 異なるものの円順列とじゅず順列
21. 同じものを含む円順列とじゅず順列
22. 平面の色の塗り分けと順列
23. 正四角錐, 正三角柱, 正四面体の色の塗り分け
24. サイコロと立方体の色の塗り分け
25. 正八面体の色の塗り分けと立方体との双対性
26. 重複組合せの基本, 展開式の項の種類
27. 方程式  $x + y + z = n$  の整数解の組数
28. 大小関係が決められた数字の順列 (差の条件がある数字の選び方)
29. 組分け問題全パターン
30. 自然数を自然数の和に分割する方法の総数
31. 点・直線・三角形・四角形・対角線の個数 (基本)
32. 正多角形内の三角形の個数 (二等辺三角形・正三角形・直角三角形・鈍角三角形・鋭角三角形他)
33. 場合の数の漸化式 (文字  $n$  個の列の総数)
34. 完全順列 (攪乱順列) の漸化式, 確率とその極限, 包除原理

数学 A 確率 (<https://examist.jp/category/mathematics/probability/>)

1. 確率の超基本 (定義、場合の数との違い、「同様に確からしい」とは)
2. 確率の極意 (何が同様に確からしいか 3 パターン) (最重要)
3. 2 次方程式の解の条件と確率
4. 確率の加法定理 (排反)
5. 円順列の確率
6. 隣り合う・隣り合わない確率 (和事象  $A \cup B$  の確率)
7. 余事象の確率
8. 独立試行の確率 (独立試行の乗法定理)
9. 反復試行の確率 (基本)  ${}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$
10. 反復試行の確率 (先に  $k$  回勝つ, 先に  $k$  回連続して勝つ)
11. 反復試行の確率 ( $n$  回以内に  $k$  回勝つ)
12. 反復試行の確率 (先に  $k$  勝リード)
13. 反復試行による直線上の点の移動 (ランダムウォーク)
14. 反復試行による正多角形上の点の移動
15. 最短経路の確率
16. 確率の一般項  $P_n$  の最大値・最小値
17. 反復試行の確率の極限と自然対数の底  $e$
18. 条件付き確率  $P_A(B)$  と確率の乗法定理
19. 条件付き確率の有名問題演習 (原因の確率, 検査陽性のパラドックス)
20. くじ引きの確率と公平性
21. 両面色付きカードの確率
22. 事象の独立と従属  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
23. サイコロの出る目の種類の確率
24. サイコロの出る目の積の確率, 「少なくとも $\sim$ 」かつ「少なくとも $\sim$ 」の確率
25. 最大値と最小値の確率
26. 期待値  $E(X)$  の基本
27. 期待値による損得判定と公平分配
28. 和の期待値と積の期待値の公式
29. 個数の期待値 (和の期待値の公式の利用)
30. 反復試行と期待値 (二項分布)
31. 最大値と最小値の期待値
32. 初めて起こるまでの回数の期待値
33.  $n$  人のじゃんけんの確率と期待値
34.  $n$  回のじゃんけんで勝者が決まる確率
35. リーグ戦の確率
36. トーナメント戦の場合の数と確率
37. 巴戦の確率
38. 確率漸化式の基本 (2 状態)
39. 確率漸化式 (2 状態 + 途中で終了)
40. 確率漸化式 (対等性・対称性のある 3 状態)
41. 確率漸化式 (偶数回と奇数回で場合分け)
42. ポリアの壺 (確率漸化式・個数の期待値)
43. 隣接 3 項間確率漸化式 (ちょうど  $n$  になる, 連続する・しない)
44. ギャンブラーの破産問題 (破産の確率)

数学 A 整数：不定方程式解法パターン (<https://examist.jp/category/mathematics/futeihouteisiki/>)

1. 不定方程式の発想①：不等式による絞り込み
2. 不定方程式の発想②：素因数分解の利用 ( $x^2 - y^2 = k$  型など)
3.  $axy + bx + cy + d = 0$  型不定方程式
4.  $\sqrt{f(x)}$  が整数となる条件,  $f(x)$  が平方数となる条件
5.  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  型不定方程式
6. 対称式不定方程式  $x + y + z = xyz$  と単位分数型不定方程式
7. 対称式と単位分数型不定不等式  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$  の最大
8. 分数式  $\frac{f(x)}{g(x)}$  が整数となる条件
9. 2次方程式の整数解 (全ての解が整数の場合と少なくとも1つの解が整数の場合)
10. 3次方程式が整数解をもつ条件
11. 基本的な  $ax + by = c$  型不定方程式 ( $aX = bY$  型不定方程式)
12.  $x^3 \pm y^3 = k$  型不定方程式
13. 指数関数を含む不定方程式 (カタラン予想  $x^m - y^n = 1$ )
14. 素数の性質を利用する不定方程式

数学 A 整数 (<https://examist.jp/category/mathematics/integer/>)

15. 自然数の分類と素因数分解の一意性
16. 約数と倍数 整数問題の極意
17. 約数の個数と総和、約数の対称性と総積、平方数であることの証明
18. 3と9, 4と8, 6と12, 7と11と13の倍数(余り)の判定法
19. 素数の判定法, エラトステネスのふるい, 1000以下の素数の個数
20. 階乗の素因数の個数, 階乗の末尾に連続して並ぶ0の個数 (ルジャンドルの公式)
21. 最大公約数と最小公倍数の定義
22. 最大公約数  $g$  と最小公倍数  $l$  の関係と数式表現
23. 素数の定義と素数が無限に多く存在することの証明
24. 素数の性質とその利用
25. 互いに素な自然数の性質とその証明
26. 互いに素な自然数の個数 (オイラー関数)
27. 整数の除法, 除法の原理  $a = qb + r$  ( $0 \leq r < b$ )
28. 合同式の定義と性質  $a \equiv b \pmod{m}$
29. 余りが一致する条件 2乗しても下2桁が変わらない自然数
30. 累乗数の余りと下位桁の数を求める3つの方法
31. 剰余類と連続整数の積による倍数の証明
32. 剰余類と素数の分布, 三つ子素数もどきが1組しかないことの証明
33. 平方剰余と原始ピタゴラス数の倍数に関する性質の証明 (背理法)
34. 原始ピタゴラス数の生成公式とその証明
35. 円周上の有理点とピタゴラス数, 既約分数の和が整数となる条件
36. 互除法の原理と証明, ユークリッドの互除法, 既約分数であることの証明
37.  $ax + by = c$  型1次不定方程式 (ユークリッドの互除法の利用)
38.  $ax + by = c$  型1次不定方程式 (合同式を利用する裏技)

39. 中国剰余定理と百五減算
40. 1次不定方程式  $ax + by = c$  の整数解の存在条件, 格子点と直線の最短距離
41.  $ax + by$  の形で表せる整数と  $ax + by = N$  の解の構造
42. 整数係数方程式の整数解・有理数解に関する定理の証明
43. 有限小数と循環小数, 既約分数が有限小数となるための条件
44. 記数法の変換 (整数) ( $n$  進法  $\rightarrow$  10 進法, 10 進法  $\rightarrow$   $n$  進法)
45. 記数法の変換 (有限小数・循環小数) ( $n$  進法  $\rightarrow$  10 進法, 10 進法  $\rightarrow$   $n$  進法)
46.  $n$  進数の四則演算
47.  $n$  進数の桁数と  $n$  進法で  $k$  桁の自然数の個数
48.  $n$  進数の各位の数の決定 ( $n$  進法で  $abc$ ,  $m$  進法で  $cba$  となる自然数)
49.  $n$  進法の順序 ( $n$  種類の数字で表された自然数列)
50. 2 進法・3 進法と分銅問題
51.  $pq$ ,  $p^2q$  の形で表される完全数と不定方程式
52. 完全数・メルセンヌ素数・フェルマー素数に関連する定理の証明
53. 整数からなる数列の漸化式 (倍数条件・互いに素の証明)
54. すべての整数  $n$  に対して  $f(n) = an^2 + bn + c$  が整数となる条件 (整数値多項式)
55. 二項係数  ${}_pC_k$  の素因数とフェルマーの小定理  $n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$  の証明
56. 二項係数の偶奇性とシェルピンスキーのギャスケット
57. 部屋割り論法 (鳩ノ巣原理)
58. レピュニット数  $111\cdots 1$  の性質とその証明
59. 無限降下法による不定方程式の解が存在しないことと  $\sqrt{2}$  が無理数であることの証明
60. 直線・放物線上の格子点と有理点の存在性
61. 格子点を頂点とする三角形と平行四辺形の性質
62. ガウス記号  $[x]$  の定義と性質, 整数部分と小数部分
63. ガウス記号  $[x]$  の方程式と不等式
64. ガウス記号の応用① エルミートの恒等式  $[x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] = [nx]$  の証明
65. ガウス記号の応用② レイリーの定理の証明
66. ガウス記号の応用③  $[f(n)]$  の異なる整数の個数
67. 正則連分数展開とユークリッドの互除法
68. 漸化式を利用した正則連分数の性質の証明, ディリクレのディオファントス近似定理
69.  $(a \pm \sqrt{b})^n$  の共役性と漸化式
70. ペル方程式  $x^2 - Dy^2 = \pm 1$  の性質と正則連分数展開
71. ペル方程式  $x^2 - Dy^2 = \pm 1$  の解の構造

1. 線分の内分点と外分点の図示
2. 三角形の内角・外角の二等分線と辺の比の関係とその証明
3. 三角形の面積比 (等高, 等底, 等角)
4. チェバの定理とその逆の証明
5. メネラウスの定理とその逆の証明
6. チェバの定理とメネラウスの定理の基本問題演習
7. 三角形の五心① 三角形の重心とその存在証明
8. 三角形の五心② 三角形の内心とその存在証明
9. 三角形の五心③ 三角形の外心とその存在証明
10. 三角形の五心④ 三角形の垂心とその存在証明
11. 三角形の五心⑤ 三角形の傍心とその存在証明
12. 重心・内心・外心・垂心のうち 2 つが一致する三角形は正三角形であることの証明
13. 三角形の重心・外心・垂心の位置関係 (オイラー線) の幾何的証明
14. 円に内接する四角形と円に外接する四角形の性質の証明
15. 円と接線に関する 3 定理 (垂直, 接線の長さ, 接弦定理)
16. 三角形の頂点から内接円との接点までの長さ
17. 方べきの定理 3 パターンの証明と三角形の相似
18. 2 つの円の位置関係 5 パターン
19. 2 つの円の共通外接線と共通内接線の長さ
20. 共円条件 (4 点が同一円周上にある条件) [円周角の定理の逆, 四角形が円に内接する条件, 方べきの定理の逆]
21. 鋭角三角形の垂心が垂足三角形の内心であることの証明
22. 正五角形の性質 (三角形の相似, 黄金比, 等脚台形, ひし形)
23. 空間における平面と直線の基本事項
24. 直線と平面の垂直, 三垂線の定理の証明
25. 正多面体の性質とオイラーの多面体定理

1. 整式の割り算と整式の決定
2. 分数式の乗法と除法
3. 分数式の加法と減法 (基本)
4. 分数式の加法と減法 (分子の次数下げ)
5. 分数式の加法と減法 (部分分数分解)
6. 繁分数式 (分数の分数) の計算
7. 二項定理  $(a + b)^n$  の展開式, 整式の係数の和
8. 多項定理  $(a + b + c)^n$  の展開式の係数
9. 二項展開式の係数の最大値・最小値
10. 二項係数  ${}_nC_r$  の和の等式の証明 (二項定理の利用)
11. 二項係数  ${}_nC_r$  の等式とパスカルの三角形
12. 二項定理の応用 (累乗数の余りと下位桁)
13. 恒等式の未定係数の決定 ( $x - a$  で展開), 整式の一致の定理
14. 整式の割り算と恒等式
15. 完全平方式, 2つの文字の恒等式
16. 部分分数分解と恒等式
17. 整式の関数方程式
18. 恒等式  $A = B$  の証明 ラグランジュの恒等式
19. 条件付き等式の証明
20. 「少なくとも $\sim$ 」と「すべての $\sim$ 」の証明
21. 比例式  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  と等式の証明
22. 比例式と同次分数式の値
23. 不等式  $A > B$  の証明とその拡張
24. 2次の不等式  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  の証明とその拡張
25. 根号を含む不等式の証明
26. 絶対値を含む不等式の証明
27. 三角不等式  $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$  の証明とその応用
28. チェビシエフの和の不等式の証明とその応用
29. 相加平均と相乗平均の大小関係の最大最小問題への応用, 落とし穴と限界
30. 相加平均と相乗平均の関係を利用する最大・最小問題パターン演習
31.  $(2 \text{乗平均}) \geq (\text{相加平均}) \geq (\text{相乗平均}) \geq (\text{調和平均})$  の証明
32.  $n$ 変数の相加平均と相乗平均の関係の証明 (特殊な数学的帰納法)
33. コーシー・シュワルツの不等式の証明  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
34. コーシー・シュワルツの不等式を利用する証明問題と最大・最小問題
35. ムーアヘッドの不等式, レムスの不等式, オイラーの不等式
36. 大小比較, 無理数の有理数による近似

1. 数の世界の探求, 虚数と複素数の定義
2. 複素数の四則計算
3. 複素数の相等条件 (虚数係数の方程式)
4. 2乗・3乗して虚数になる複素数
5. 実数係数2次方程式の解の判別
6. 虚数係数2次方程式における解の公式/判別式/解と係数の関係の利用
7. 高次式の値 (方程式を利用した次数下げ)
8. 2次方程式の解と係数の関係 (2解の対称式・交代式の値)
9. 2次方程式の2つの解から係数決定 (解と係数の関係の利用)
10. 2数の和と積から2次方程式の作成 (解の変換)
11. 対称式の連立方程式 対称性を崩さずに求めよ!
12. 2式が互いに対称な連立方程式 和と差で組み直せ!
13. 2次式と複2次式の複素数の範囲での因数分解
14. 2元2次式が1次式の積に因数分解できるための条件
15. 2次方程式の解の存在範囲 (解と係数の関係の利用)
16. 組立除法による整式の割り算
17. 剰余定理 (整式を1次式で割ったときの余り) と因数定理
18. 整式を2次以上の式で割ったときの余り
19. 整式を  $(x - a)^n$  で割ったときの余り: 因数分解公式・二項定理・微分の利用
20. 様々な高次方程式の解法 (因数定理の利用)
21. 相反方程式 (係数が左右対称である方程式)
22. 1の3乗根 (虚数立方根)  $\omega$  の性質,  $x^2 + x + 1$  で割ったときの余り
23. 実数係数方程式が共役複素数解をもつことの証明
24. 3次方程式の解と係数の関係, 3解の対称式の値
25. 3つの解から3次方程式の作成 (3変数対称式の連立方程式)
26. 3次方程式の解から係数決定: 解と係数の関係を利用せよ!
27. 文字係数3次方程式が2重解, 異なる3実数解をもつ条件
28. 3次方程式の代数的解法 (3次方程式の解の公式, カルダノの方法)
29. 4次方程式の代数的解法 (フェラーリの解法, デカルトの解法)
30. 4次方程式の実数解の個数① 複2次式
31. 4次方程式の実数解の個数② 2次式の積

数学Ⅱ 図形と方程式（直線） (<https://examist.jp/category/mathematics/figure-line/>)

1. 座標平面上の2点間の距離、外心の座標、三角形の3頂点からの距離の2乗の和の最小
2. 直線の傾きによる2点間の距離の公式（放物線の弦の長さ）
3. 三角形の形状（正三角形・二等辺三角形・直角三角形）
4. 内分点・外分点・三角形の重心の座標, 点に関する対称点
5. 平行四辺形の頂点の座標
6. 直線の方程式（基本形・一般形・切片形）
7. 直線の平行条件・垂直条件・一致条件とその証明
8. 共線条件（3点が一直線上にある条件）と共点条件（3直線が1点で交わる条件）, 共線と共点の関係
9. 3直線が三角形を作らない条件
10. 定点を通る直線, 2直線の交点を通る直線（直線束）
11. 垂直二等分線の方程式, 直線に関して対称な点, 直線に関して対称な直線
12. 折れ線の長さの最小値
13. 点と直線の距離の公式とその証明
14. 座標平面上の三角形の面積の公式
15. 三角形の面積を2等分する直線の方程式
16. 放物線と直線の最短距離, 放物線上の点と直線上の2点でできる三角形の面積の最小
17. 放物線上の3点でできる直角三角形の面積の最小
18. 放物線上に直線に関して対称な2点が存在する条件
19. 中線定理の5通りの証明（図形を扱う5分野の解法比較）

数学Ⅱ 図形と方程式（円） (<https://examist.jp/category/mathematics/figure-circle/>)

20. 円の方程式の基本形と一般形, 座標軸と接する円
21. 三角形の外接円の方程式
22. 方程式  $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  の表す図形
23. 円と直線の位置関係
24. 円周上の点と直線の最長距離と最短距離
25. 円の弦の長さ
26. 円の中心と弦が作る三角形の面積の最大
27. 円周上の点における接線の方程式  $x_1x + y_1y = r^2$  とその証明
28. 円外の点から引いた接線の方程式
29. 円と放物線の位置関係
30. 2つの円の位置関係, 直交する2円
31. 2つの円の共通接線の方程式
32. 定点を通る円, 2円の交点を通る直線と円（円束）
33. 円に関する極と極線（共役定理）

数学Ⅱ 図形と方程式（軌跡と領域） (<https://examist.jp/category/mathematics/locus-area/>)

34. 軌跡の基本（アポロニウスの円と垂直二等分線の方程式）
35. 角の二等分線の方程式（軌跡の利用）
36. 2 定点から見込む角が一定である点の軌跡
37. 連動点の軌跡（1 点が円周上を動くときの三角形の重心の軌跡）
38. 媒介変数型の軌跡（放物線の頂点の軌跡）
39. 中点の軌跡① 放物線の弦の中点の軌跡
40. 中点の軌跡② 円の弦の中点の軌跡
41. 不等式の表す領域（基本）
42.  $AB > 0$ ,  $AB < 0$  型の不等式の表す領域
43. 絶対値付き不等式  $|x + y| \leq a$ ,  $|x| + |y| \leq a$  の表す領域
44. 正領域と負領域, 直線と線分が交わる条件
45. 放物線と線分が交わる条件
46. 三角形の内接円の方程式
47. 2 変数不等式の命題と領域
48. 連立不等式と 2 変数関数の最大・最小（線形計画法）
49. 連立不等式と 2 変数関数  $ax + y$  の最大・最小

数学Ⅱ 図形と方程式（順像法と逆像法） (<https://examist.jp/category/mathematics/inverse-image/>)

50. 順像法と逆像法の基本
51. 分数関数の値域
52. 実数解のとりうる値の範囲
53. 等式条件つき 2 変数関数の最大・最小（図示不可）
54. 2 直線の交点の軌跡
55. 直線の通過領域
56. 線分の通過領域
57. 座標平面上の図形の変換
58. 反転（円に関する鏡像変換）

1. 一般角と弧度法、扇形の弧長  $l = r\theta$  と面積  $S = \frac{1}{2}r^2\theta$
2. 弧度法と三角関数の値
3. 三角関数の相互関係と還元公式 (負角の公式・補角の公式・余角の公式)
4.  $\sin \theta$  と  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  と  $\frac{1}{\tan \theta}$  の対称式・交代式の値
5.  $\sin \theta$  と  $\cos \theta$  を解にもつ2次方程式,  $\sin \theta$  と  $\cos \theta$  の連立方程式
6. 三角関数の3大要素 (振幅・周期・位相) とグラフの図示
7. 三角関数の加法定理の証明と応用
8. 正接 ( $\tan$ ) の加法定理に関する有名問題演習
9. 2直線のなす角と正接 ( $\tan$ ) の加法定理
10. 2定点を見込む角の最大 (レギオモンタヌスの問題)
11. 三角関数の2倍角の公式・半角の公式の証明と応用
12. 三角関数の媒介変数表示 (有理関数表示)  $t = \tan \frac{\theta}{2}$
13. 三角関数の3倍角の公式の証明とゴロ合わせ
14. 三角関数の積和・和積の公式の証明
15. 三角形における三角関数の等式の証明 (和積の公式を利用)
16. 三角関数の  $\sin$  型合成  $a \sin \theta + b \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$  と  $\cos$  型合成
17. 三角方程式・不等式① (基本型)
18. 三角方程式・不等式② (三角関数の相互関係による関数の統一)
19. 三角方程式・不等式③ (2倍角・3倍角・半角の公式による角の統一)
20. 三角方程式・不等式④ (三角関数の合成)
21. 三角方程式・不等式⑤ (三角関数の和積の公式)
22. 連立三角方程式 (三角関数の相互関係, 合成, 加法定理の利用)
23. 三角方程式・不等式の図形的解法 (座標変換・グラフの利用)
24.  $\sin A = \sin B$ ,  $\cos A = \cos B$ ,  $\tan A = \tan B$ ,  $\sin A = \cos B$  型の三角方程式
25. 三角不等式の表す領域
26.  $\cos 36^\circ$  と  $\sin 18^\circ$  の値 (三角方程式を用いた代数的解法)
27. 三角関数の最大・最小① (関数の統一・角の統一)
28. 三角関数の最大・最小② (合成)
29. 三角関数の最大・最小③ ( $\sin \theta$  と  $\cos \theta$  の対称式)
30. 三角関数の最大・最小④ (2次同次式)
31. 三角関数の最大・最小⑤ (分数型)
32. 文字を含む三角関数の最大・最小, 三角関数の絶対不等式
33. 三角方程式の解の存在条件
34. 三角方程式の解の個数 (置換型)
35. 三角関数の三角形への応用① 正三角形の頂点と外接円上の点との距離の和・積の最大値
36. 三角関数の三角形への応用② 3辺の長さの和と積のとりうる値の範囲
37. 三角関数の三角形への応用③ 3つの角の  $\sin$  と  $\cos$  の和と積の最大
38. 三角関数の三角形への応用④ オイラーの不等式  $R \geq 2r$  の証明
39. チェビシエフの多項式① 存在性と一意性, 関連性質  $\cos n\theta = T_n(\cos \theta)$
40. チェビシエフの多項式② 方程式  $T_n(x) = 0$  の解と  $\cos$  の値
41. チェビシエフの多項式③ ミニマックス原理

1. 指数法則と指数の拡張, 累乗根の定義と性質
2. 指数法則と累乗根の計算
3.  $a^{nr}$  と  $a^{-nr}$  の対称式・交代式の値
4. 指数関数  $y = a^x$  のグラフ
5. 累乗と累乗根の大小比較
6. 対数の定義, 対数の性質・底の変換公式・裏技公式の証明
7. 対数  $\log_a M$  の値, 対数の定義の別表現  $a^{\log_a M} = M$
8. 底の変換公式と対数の性質による対数の基本計算
9. 累乗の等式条件  $a^x = b^y = c^z$  がある式の値 (対数に変換)
10. 対数関数  $y = \log_a x$  のグラフ
11. 対数の大小比較
12. 指数方程式
13. 指数不等式
14. 指数関数の最大と最小 (置換型・相加相乗型・対称型)
15. 置換型指数方程式が実数解をもつ条件
16. 対数方程式 2 パターン
17. 対数不等式 2 パターン
18. 対数関数の最大と最小 5 パターン (置換型・相加相乗型など)
19. 対数不等式が表す領域
20. 対数  $\log_a b$  が無理数であることの証明
21. 対数  $\log_a b$  の近似値求め方 (評価の方法)
22. 常用対数の利用① 累乗の桁数と一の位の数字と最高位の数字
23. 常用対数の利用② 小数首位とその数字

1. 極限値の計算, 極限值から関数の係数決定
2. 平均変化率, 微分係数  $f'(a)$  の定義と図形的意味, 微分係数の定義を利用する極限
3. 導関数の定義と微分公式
4. 整式を  $(x - a)^2$  で割ったときの余り, 整式が  $(x - a)^2$  で割り切れるための必要十分条件
5. 整式の導関数の関数方程式
6. 接線の方程式と法線の方程式
7. 2 曲線の共通接線の方程式①: 接点異なる
8. 2 曲線の共通接線の方程式②: 接点等しい (2 曲線が接する条件)
9. 2 曲線が直交する条件
10. 放物線の直交する 2 本の接線の交点の軌跡 (放物線の準線)
11. 放物線の接線・法線に関して対称な直線を通る定点 (放物線の焦点)
12. 関数の増減と極値の定義 (基本事項まとめ)
13. 増減表の作成と関数の増減・極値・グラフの図示
14. 3 次関数のグラフの分類 ( $f'(x)$  のグラフと  $f(x)$  のグラフの関係)
15. 3 次関数のグラフの図示
16. 3 次関数が極値をもつ条件・もたない条件
17. 3 次関数の極値から係数決定
18. 方程式を用いた高次式の次数下げによる極値の求め方 ( $x$  の値が汚いときの極値)
19. 3 次関数の対称性に関する裏技的知識
20. 3 次関数の接線が再び 3 次関数と交わる点の座標を求める 4 手法 (裏技含む)
21. 3 次関数のグラフが変曲点に関して対称であることの証明 (3 次関数のグラフの点対称性)
22. 3 次関数の極大値と極小値の和: 解と係数の関係の利用と変曲点の利用 (裏技)
23. 3 次関数の極大値と極小値の差: 解と係数の関係の利用と  $\frac{1}{6}$  公式を用いた超絶技巧 (裏技)
24. 文字を含む 3 次関数の最大・最小① 区間固定型
25. 文字を含む 3 次関数の最大・最小② 関数固定で区間の一端が動く型
26. 文字を含む 3 次関数の最大・最小③ 関数固定で区間が一定幅で動く型
27. 最大値・最小値から 3 次関数の係数決定
28. 指数関数の最大・最小 (微分利用)
29. 対数関数の最大・最小 (微分利用)
30. 三角関数の最大・最小 (微分利用)
31. 条件つき 2 変数・3 変数対称式の最大・最小 (微分利用)
32. 球に内接する直円錐の体積・側面積の最大値
33. 3 次方程式の実数解の個数①と解の存在範囲: 定数分離型
34. 3 次方程式の実数解の個数②: 極値の積の利用
35. 3 次関数に引ける接線の本数① 基本と裏技
36. 3 次関数に引ける接線の本数② 領域の図示
37. 3 次関数の 2 本の接線が直交する条件
38. 微分を利用する不等式の証明
39. 不等式が常に成り立つ条件 (微分利用)
40. 4 次関数のグラフの図示
41. 4 次関数が極大値をもつ条件
42. 4 次関数の二重接線の方程式
43.  $\cos 20^\circ$  を解にもつ 3 次方程式  $8x^3 - 6x - 1 = 0$

1. 不定積分の計算・性質・公式  $\int (ax + b)^n dx$
2. 接線の傾き (導関数) から関数の決定
3. 定積分の計算と性質, 偶関数・奇関数の定積分
4. 積分方程式① (定数型), 連立積分方程式
5. 定積分を含む漸化式で定義された関数列
6. 積分方程式② (変数型)  $\frac{d}{dx} \int f(t) dt = f(x)$  の利用
7.  $\int (x - \alpha)^m (x - \beta)^n dx$  の計算技巧と  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{30}$  公式
8. 2 曲線間の面積と定積分
9. 2 次関数と直線の間での面積と裏技  $\frac{a}{6}$  公式①
10. 2 つの 2 次関数の間の面積と裏技  $\frac{a}{6}$  公式②
11.  $x^3$  の係数が等しい 2 つの 3 次関数の間の面積と裏技  $\frac{a}{6}$  公式③
12. 2 次関数と接線と  $y$  軸に平行な直線の間での面積と裏技  $\frac{a}{3}$  公式①
13. 2 つの接する 2 次関数と  $y$  軸に平行な直線の間での面積と裏技  $\frac{a}{3}$  公式②
14. 2 次関数と 2 本の接線の間での面積と裏技  $\frac{a}{12}$  公式①
15.  $x^2$  の係数が等しい 2 つの 2 次関数と共通接線の間での面積と裏技  $\frac{a}{12}$  公式②
16. 3 次関数と接線の間での面積と裏技  $\frac{a}{12}$  公式③
17. 4 次関数と二重接線の間での面積と裏技  $\frac{a}{30}$  公式
18. 放物線と円の間での面積
19. 放物線と直線の間での面積が一定であることの証明 ( $\frac{1}{6}$  公式の利用)
20. 放物線と直線の間での面積の最小値 ( $\frac{1}{6}$  公式の利用)
21. 放物線と法線の間での面積の最小値 (相加相乗の利用)
22. 放物線と直交する 2 接線の間での面積の最小値 (相加相乗の利用)
23. 等積条件の工夫① 放物線と  $x$  軸で囲まれた面積の 2 等分  $S = 2S_1$
24. 等積条件の工夫② 絶対値付き 2 次関数と直線で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなる条件  $S_1 + S_3 = S_2 + S_3$
25. 等積条件の工夫③ 3 次関数と直線間の面積  $S_1 - S_2 = 0$  と変曲点を利用した裏技
26. 絶対値付き 2 次関数と直線で囲まれた面積の和の最小 ( $\frac{1}{6}$  公式パズル)
27. 絶対値付き関数の定積分 (基本)
28. 絶対値付き関数の定積分の最小値①: 関数が動く
29. 絶対値付き関数の定積分②: 区間の上端のみが動く
30. 絶対値付き関数の定積分③: 区間の両端が一定幅で動く

数学Ⅱ 多変数関数の最大・最小パターンと発想まとめ ( <https://examist.jp/category/mathematics/tahensu-maxmin/> )

1. 等式条件付き 2 変数関数の最大・最小 1 文字消去法①
2. 不等式条件付き 2 変数関数の最大・最小 1 文字消去法②
3. 2 次の等式条件付き 2 変数関数の最大・最小 1 文字消去法③
4. 独立 2 変数 2 次式の最大・最小
5. 絶対不等式の利用① 相加平均と相乗平均の関係
6. 絶対不等式の利用② コーシー・シュワルツの不等式
7. 2 変数, 3 変数関数の最大・最小 対称式 3 パターン
8. 逆像法① 領域の利用 (図示できる場合)
9. 逆像法② 実数存在条件 (図示できない場合)
10. 同次式① 条件が円・楕円の 2 次同次式
11. 同次式② 比の置換
12. 1 文字固定法 (予選決勝法)
13. 基底の変換による独立 2 変数への帰着 (領域が平行四辺形)

数学 B 確率分布と統計的な推測 ( <https://examist.jp/category/mathematics/statistics/> )

1. 確率分布と確率変数の期待値・分散・標準偏差
2. 確率変数の変換と標準化
3. 確率変数の和と積の期待値・分散
4. 二項分布の平均・分散・標準偏差の公式とその応用
5. 連続型確率変数の平均・分散・標準偏差
6. 正規分布とその標準化
7. 二項分布の正規分布による近似
8. 母集団と標本の抽出
9. 標本平均の期待値と標準偏差, 大数の法則
10. 標本平均の分布と中心極限定理
11. 母比率と標本比率の分布
12. 母平均の区間推定
13. 母比率の区間推定
14. 母平均の仮説検定
15. 母比率の仮説検定

1. 等差数列の一般項  $a_n = a + (n - 1)d$ , 等差数列であることの証明
2. 等差数列をなす 3 数の 3 通りの表現 (等差中項)
3. 調和数列 (逆数が等差数列) の一般項
4. 等差数列の和の公式  $S_n = \frac{1}{2}n(a + l)$
5. 等差数列を利用する倍数の和
6. 等差数列の和  $S_n$  の最大・最小
7. 2 つの等差数列の共通項の数列の一般項
8. 整数  $m$  と  $n$  の間にある分母  $p$  の既約分数の和
9. 連続する自然数の和で表せる自然数
10. 等比数列の一般項  $a_n = ar^{n-1}$
11. 等比数列をなす 3 数の 3 通りの表現 (等比中項)
12. 等比数列の和の公式の証明
13. 適当に並び替えると等差数列にも等比数列にもなる 3 数
14. 等差数列と等比数列の共通項の数列の一般項
15. 複利計算と等比数列の和
16. 和の記号  $\Sigma$  の基本的な扱い
17.  $\Sigma$  の性質と数列の和の公式 (  $\Sigma$  公式 :  $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3$  )
18.  $\Sigma$  公式を利用する基本的な  $\Sigma$  計算
19. 応用的な  $\Sigma$  計算 (第  $k$  項に  $n$  を含む数列の和, 和の和)
20. 階差数列の公式  $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$
21. 和  $S_n$  と一般項  $a_n$  の関係
22. 階差を利用する和① : 分数の数列の和 (基本)
23. 階差を利用する和② : 分数の数列の和 (応用)
24. 階差を利用する和③ : 根号型・対数型・階乗型
25. 階差を利用する和④ : 連続整数の積の和  $\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)$
26. 数列の和の公式 (  $\Sigma$  公式  $\sum_{k=1}^n k^2$  ) の導出 (証明) 2 パターン
27. (等差)  $\times$  (等比) 型, (2 次式)  $\times$  (等比) 型の数列の和
28. 絶対値付き数列の和  $\sum_{k=1}^n |a_k|$
29. 奇数項と偶数項で規則性が異なる数列の和
30. 異なる 2 数の積の総和,  $(x+1)(x+2)(x+3) \cdots (x+n)$  の展開式の係数
31. 群数列の究極の 2 パターン
32.  $\sqrt{n}$  の整数部分による群数列
33. 平面座標の格子点の個数 (連立不等式の整数解の組数)
34. 空間座標の格子点の個数 (整数解の組数)

数学 B 数列：漸化式 17 パターンの解法とその応用 ( <https://examist.jp/category/mathematics/recurrence-formula/> )

35. 等差数列型・等比数列型・階差数列型・調和数列型の漸化式
36. 特殊解型の漸化式  $a_{n+1} = pa_n + q$  (最重要)
37.  $n$  次式型の漸化式  $a_{n+1} = pa_n + (n \text{ 次式})$
38. 指数型の漸化式  $a_{n+1} = pa_n + r^n$
39. 階比数列型の漸化式  $a_{n+1} = f(n)a_n$
40.  $f(n)a_{n+1} = f(n+1)a_n + q$  とその類似型
41. 対数型の漸化式 積  $a_{n+1}a_n$ , 累乗  $(a_n)^p$ , 累乗根などを含む漸化式
42. 和  $S_n$  を含む漸化式
43. 簡易分数型の漸化式  $a_{n+1} = \frac{pa_n}{qa_n + r}$
44. 1 次分数型の漸化式  $a_{n+1} = \frac{pa_n + q}{ra_n + s}$
45. 隣接 3 項間型の漸化式  $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$
46. 連立漸化式  $a_{n+1} = pa_n + qb_n, b_{n+1} = ra_n + sb_n$
47. 1 つおきの漸化式  $a_{n+2} = f(a_n)$
48. 推測型の漸化式 (数学的帰納法で証明する最終手段)
49. 相似な図形の数列と漸化式
50. 直線や円による平面の分割 (領域の個数の漸化式)
51. 2 円と軸に接する円の数列の漸化式, フィボナッチ数列の漸化式
52. 漸化式を利用する方程式の解の高次対称式  $\alpha^n + \beta^n + \gamma^n$  の値
53. フィボナッチ数列の漸化式, 有名性質とその証明

数学 B 数列：数学的帰納法 最重要 6 パターン ( <https://examist.jp/category/mathematics/induction/> )

54. 基本的な数学的帰納法①：等式の証明
55. 基本的な数学的帰納法②：不等式の証明
56. 基本的な数学的帰納法③：整数の性質の証明
57. 基本的な数学的帰納法④：推測型の漸化式
58.  $n$  が  $k$  と  $k+1$  のときを仮定する数学的帰納法
59.  $n \leq k$  のときを仮定する数学的帰納法

数学 III 分数関数・無理関数・逆関数・合成関数 (<https://examist.jp/category/mathematics/function/>)

1. 1次分数関数のグラフと定義域・値域
2. 1次分数関数の決定
3. 2変数同次分数関数の最大最小
4. 1次分数方程式と1次分数不等式
5. 1次分数関数と直線の共有点の個数 (1次分数方程式の実数解の個数)
6. 1次無理関数のグラフと定義域・値域
7. 1次無理関数の決定
8. 1次無理方程式と1次無理不等式
9. 1次無理方程式の実数解の個数 (1次無理関数と直線の共有点の個数)
10. 逆関数の求め方とグラフ
11. 指数関数と対数関数の逆関数
12. 双曲線関数の逆関数
13. 関数とその逆関数のグラフの共有点
14. 1次分数関数とその逆関数が一致する条件
15. 合成関数とその性質
16. 場合分けされた関数や絶対値付き関数の合成
17. 1次分数関数を  $n$  回合成した関数  $f_n(x)$
18. 合成関数の方程式  $f(f(x)) = x$  と不動点

数学 III 数列の極限と関数の極限 (<https://examist.jp/category/mathematics/limit/>)

1. 数列の極限の基本 (直感が通用しない極限の恐怖)
2. 数列の極限①: 整式と分数式の極限
3. 数列の極限②: 無理式の極限
4. 数列の極限③: 和や積の極限
5. 極限の条件の利用
6. 分数式が収束するための必要条件
7. 数列の極限④: はさみうちの原理と追い出しの原理
8. 数列の極限⑤: 二項定理を利用する極限  $\left(r^n, \frac{n^k}{r^n}, nr^n, \frac{r^n}{n!}, n^{\frac{1}{n}}\right)$  と発散速度比較
9. 数列の極限⑥: 無限等比数列  $r^n$  を含む極限
10. 数列の極限⑦ 場合分けを要する無限等比数列  $r^n$  を含む極限
11. 無限等比数列  $r^n, ar^n$  の収束条件
12. 漸化式と極限① 特殊解型とその図形的意味
13. 漸化式と極限② 連立型と隣接3項間型
14. 漸化式と極限③ 分数型
15. 漸化式と極限④ 対数型と解けない漸化式
16. ニュートン法 ( $f(x) = 0$  の実数解と累乗根の近似値)
17. ペル方程式  $x^2 - Dy^2 = \pm 1$  で定められた数列の極限と平方根の近似値
18. 無限級数の収束と発散 (基本)
19. 無限級数の収束と発散 (応用)
20. 無限級数が発散することの証明
21. 無限等比級数の収束と発散

22. 無限級数の性質  $\sum_{n=1}^{\infty} (sa_n + tb_n) = sA + tB$  とその証明
23. 循環小数から分数への変換 ( $0.999\cdots = 1$ )
24. 無限等比級数の図形への応用 (フラクタル図形: コッホ雪片)
25. (等差)  $\times$  (等比) 型の無限級数の収束と発散
26. 部分和を場合分けする無限級数の収束と発散
27. 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  と  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$  の収束と発散
28. 関数の極限①: 多項式関数と分数関数の極限
29. 関数の極限②: 無理関数の極限
30. 関数の極限③: 片側極限 (左側極限・右側極限) と極限の存在
31. 関数の極限④: 指数関数と対数関数の極限
32. 関数の極限⑤: 三角関数の極限の公式  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$
33. 関数の極限⑥: 三角関数の極限 (基本)
34. 関数の極限⑦: 三角関数の極限 (置換)
35. 関数の極限⑧: 三角関数の極限 (はさみうちの原理)
36. 極限值から関数の係数決定
37. オイラーとヴィエトの余弦の無限積の公式  $\prod_{n=1}^{\infty} \cos \frac{x}{2^n} = \frac{\sin x}{x}$
38. 関数の点連続性と区間連続性, 連続関数の性質
39. 無限等比数列と無限等比級数で表された関数のグラフと連続性
40. 連続関数になるように関数の係数決定
41. 中間値の定理 (方程式の実数解の存在証明)
42. 微分係数の定義を利用する極限  $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
43. 自然対数の底  $e$  の定義を利用する極限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
44. 定積分で表された関数の極限  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$
45. 定積分の定義 (区分求積法) を利用する和の極限  $\int_0^1 f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$
46. 受験数学最大最強! 極限の裏技: ロピタルの定理 記述試験で無断使用できる?

1. 暗記すべき微分公式：教科書の公式だけでは不十分だ！
2. 導関数の定義  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  による微分計算
3. 微分の3本柱①：積の微分法とその公式の証明  $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
4. 微分の3本柱②：商の微分法とその公式の証明
5. 微分の3本柱③：合成関数の微分法  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$
6. 無理関数の微分法
7. 三角関数の微分法とその公式の証明
8. 自然対数の底  $e$  の定義と関連する極限公式, 指数関数と対数関数の微分公式
9. 指数関数と対数関数の微分法
10. 対数微分法：(変数)<sup>(変数)</sup> や多くの因数の積の微分
11. 高次導関数と数学的帰納法, 代表的な第  $n$  次導関数
12. ライプニッツの定理とその証明 (積の微分法の公式の  $n$  回微分への拡張)
13. 第  $n$  次導関数の漸化式
14. 陰関数の微分法
15. 逆関数の微分法  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$
16. 媒介変数表示関数の微分法  $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

17. 陽関数のグラフの図示の基本的な手順とポイントのまとめ
18. 分数関数①  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  のグラフ
19. 分数関数②  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  のグラフ
20. 分数関数③  $y = \frac{x^2}{x - 1}$  のグラフ
21. 分数関数④  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  のグラフ
22. 分数関数⑤  $y = \frac{x^3 + 1}{x}$  のグラフ
23. 無理関数①  $y = x + \sqrt{1 - x^2}$  のグラフ（斜め楕円）
24. 無理関数②  $y = 2x + \sqrt{x^2 - 1}$  のグラフ（斜め双曲線）
25. 指数関数①  $y = xe^x$  のグラフ
26. 指数関数②  $y = x^2e^x$  のグラフ
27. 指数関数③  $y = \frac{x}{e^x} = xe^{-x}$  のグラフ
28. 指数関数④  $y = e^{-x^2}$  のグラフ（正規分布曲線もどき）
29. 指数関数⑤  $y = e^{\frac{1}{x}}$  のグラフ
30. 指数関数⑥  $y = x^x$  のグラフ（対数微分法）
31. 双曲線関数  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ （カタナリー；懸垂線）と  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  のグラフ
32. (指数関数) × (三角関数)  $y = e^{-x} \sin x$  のグラフ（減衰曲線）
33. 対数関数①  $y = x \log x$  のグラフ
34. 対数関数②  $y = \frac{\log x}{x}$  のグラフ
35. 対数関数③  $y = \frac{x}{\log x}$  のグラフ

36. 陰関数表示関数の対称性の確認法
37. 陰関数①  $y^2 = x^2(4 - x^2)$  のグラフ（リサージュ曲線）
38. 陰関数②  $y^2 = x^2(x + 1)$  のグラフ
39. 陰関数③  $x^2y^2 = x^2 - y^2$  のグラフ
40. 媒介変数表示関数の対称性・増減表・グラフの描き方
41. 媒介変数① サイクロイド（擺線）  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$
42. 媒介変数② アステロイド（星芒形）  $x = a \cos^3 \theta$ ,  $y = a \sin^3 \theta$  ( $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ )
43. 媒介変数③ カージオイド（心臓形）  $x = 2 \cos \theta - \cos 2\theta$ ,  $y = 2 \sin \theta - \sin 2\theta$
44. 媒介変数④ リマソン（パスカルの蝸牛形）  $x = (1 + 2 \cos \theta) \cos \theta$ ,  $y = (1 + 2 \cos \theta) \sin \theta$
45. 媒介変数⑤ リサージュ曲線  $x = 2 \sin \theta$ ,  $y = 2 \sin 2\theta$
46. 媒介変数⑥ 対数螺旋（等角螺旋）  $x = e^\theta \cos \theta$ ,  $y = e^\theta \sin \theta$
47. 媒介変数⑦ 円の伸開線（インボリュート）  $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$ ,  $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$

1. 関数の連続性と微分可能性の定義
2. 2 曲線の共通接線①：接点異なる
3. 2 曲線の共通接線②：接点が等しい (2 曲線が接する条件)
4. 極値から係数決定
5. 減衰曲線  $y = e^{-x} \sin x$  の極値の無限等比級数の和
6. マクローリン展開 (関数の整式近似) とオイラーの公式  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$
7. 不等式の証明① 高階微分
8. 不等式の証明②：応用 (両辺の対数をとる, 代入して解を探す)
9. 不等式の証明③：関数の凸性と接線に関する不等式 (ジョルダンの不等式)
10. 不等式の証明④： $e^x$  に関する不等式と関数の強さ比較
11.  $y = \frac{\log x}{x}$  のグラフの応用： $a^b$  と  $b^a$  の大小比較,  $a^b = b^a$  の自然数解
12. 方程式の実数解の個数①：定数分離
13. 方程式の実数解の個数②：グラフによる符号の判別
14. 不等式が常に成り立つ条件
15. 関数が極値をもつ・もたない条件
16. 接線の本数
17. 平均値の定理を利用する不等式の証明
18. 平均値の定理の極限への応用 (解けない漸化式  $x_{n+1} = f(x_n)$  で定められた数列  $x_n$  の極限)
19. 2 変数不等式の証明 5 つの発想
20. 凸不等式①  $y = \log x$  の凸性を利用した相加平均と相乗平均の関係の証明
21. 凸不等式② イェンゼンの不等式  $f\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i\right) \geq \sum_{i=1}^n a_i f(x_i)$ ,  $n$  変数の相加平均と相乗平均の関係の証明
22. 関数方程式頻出 4 パターン
23. 放物線の曲率円, 縮閉線と伸開線
24. 微分係数の定義を利用する極限
25. 自然対数の底  $e$  の定義を利用する極限
26. 受験数学最大最強! 極限の裏技: ロピタルの定理 記述試験で無断使用できる?

1. 暗記すべき積分基本公式：教科書の公式だけでは不十分だ！
2. 積分計算の基本的な考え方
3. 置換積分の基本
4. 置換積分の一種「1次式置換型」：置換せずに瞬殺せよ！
5. 置換積分の一種「微分形接触型」：最重要の置換の目安
6. 微分形接触型の一種「分子が分母の微分型」：置換せずに瞬殺せよ！
7. 微分形接触型の一種「微分形接触累乗型」：置換せずに瞬殺せよ！
8. 部分積分①：(多項式) × (多項式) 型
9. 部分積分②：(多項式) × (指数関数) 型
10. 部分積分③：(多項式) × (三角関数) 型
11. 部分積分④：(多項式) × (対数関数) 型
12. 部分積分⑤：(指数関数) × (三角関数) 型
13. 裏技！瞬間部分積分！
14.  $\int (x - \alpha)^m (x - \beta)^n dx$  型の定積分
15. 絶対値付き関数の定積分
16. 偶関数と奇関数の定積分とその公式の証明
17. 分数関数 (有理関数) の積分：分子の次数下げと部分分数分解
18. 無理関数の積分：分母の有理化と根号丸ごと置換
19. 三角関数の積分①：三角関数の相互関係の利用
20. 三角関数の積分②：2倍角・3倍角・積和の公式の利用
21. 三角関数の積分③：微分形接触型を目指して変形せよ！(最重要)
22. 三角関数の積分④： $\tan x = t$ ,  $\tan \frac{x}{2} = t$  において有理関数に帰着させる
23. 三角関数の積分⑤： $\int \frac{1}{\sin x} dx$ ,  $\int \frac{1}{\cos x} dx$
24. 三角関数の積分⑥： $\int \frac{1}{1 \pm \cos x} dx$ ,  $\int \frac{1}{1 \pm \sin x} dx$
25. 三角関数の積分⑦： $\int \sqrt{1 \pm \cos x} dx$ ,  $\int \sqrt{1 \pm \sin x} dx$
26. 三角関数の積分⑧：文字を含む三角関数の積の定積分  $\int_0^\pi \sin mx \cos nx dx$  など
27. 指数関数の積分：最悪  $e^x = t$  とおけ！
28. 対数関数の積分：対数の性質や部分積分を利用せよ！
29. 特殊な置換をする定積分①： $\sqrt{a^2 - x^2}$  を含む定積分は  $x = a \sin \theta$  とおけ！
30. 特殊な置換をする定積分②： $\frac{1}{x^2 + a^2}$  を含む定積分は  $x = a \tan \theta$  とおけ！
31. 特殊な置換をする不定積分： $\sqrt{x^2 + a^2}$  を含む不定積分 (最高難度) と特殊な置換の根拠
32. 点対称性に関する等式  $\int x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int f(\sin x) dx$  を利用する定積分
33. 線対称性に関する等式  $\int f(x) dx = \int f(a - x) dx$  を利用する定積分
34. 微分の誘導を利用する積分
35. 応用的・裏技的な積分公式一覧

36. 有理関数と無理関数の積分ランダム 12 題 (基本レベル)
37. 指数関数と対数関数の積分ランダム 15 題 (基本レベル)
38. 三角関数の積分ランダム 15 題 (基本レベル)
39. 有理関数と無理関数の積分ランダム 12 題 (基本レベル) 解答
40. 指数関数と対数関数の積分ランダム 15 題 (基本レベル) 解答
41. 三角関数の積分ランダム 15 題 (基本レベル) 解答
42. 有理関数と無理関数の積分ランダム 11 題 (標準レベル)
43. 指数関数と対数関数の積分ランダム 15 題 (標準レベル)
44. 三角関数の積分ランダム 18 題 (標準レベル)
45. 有理関数と無理関数の積分ランダム 11 題 (標準レベル) 解答
46. 指数関数と対数関数の積分ランダム 15 題 (標準レベル) 解答
47. 三角関数の積分ランダム 18 題 (標準レベル) 解答
48. 高校生・受験生への挑戦状! 積分最難問ランダム 13 題
49. 高校生・受験生への挑戦状! 積分最難問ランダム 13 題 解答

1. 文字を含む絶対値付き関数の定積分  $\int |\log x - k| dx$  の最小値
2. 解けない定積分の不等式の証明 (ジョルダンの不等式の利用)
3. 解けない数列の和の不等式の定積分を利用する証明
4. 調和級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  の発散とオイラー定数  $\gamma$
5.  $\int \frac{1}{x} dx$  と長方形の面積比較による  $\log 2$  の数値評価 (台形近似)
6. 階乗の近似式 (スターリングの公式:  $n! \asymp \left(\frac{n}{e}\right)^n$ )
7. 積分方程式① (定数型) 3 パターン
8. 定積分で表された関数の微分  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$  の証明
9. 積分方程式② (変数型) 3 パターン
10. 最小 2 乗法①  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - ax)^2 dx$  の最小値 (多項式による三角関数の近似)
11. 三角関数の内積  $\int_0^{2\pi} \cos mx \cos nx dx$  と直交性
12. 最小 2 乗法②  $\int_{-\pi}^{\pi} (x - a \sin x)^2 dx$  の最小値 (三角関数による多項式の近似とフーリエ級数展開)
13.  $n$  乗の積分の漸化式  $\int \sin^n x dx, \int \cos^n x dx, \int (\log x)^n dx, \int x^n e^x dx, \int \tan^n x dx$
14. 積分漸化式  $\int \sin^n x dx$  の応用① ウォリス積分
15. 積分漸化式  $\int \tan^n x dx$  の応用② メルカトル級数とライプニッツ級数
16. 積分漸化式  $\int x^n e^x dx$  の応用③ 自然対数の底  $e$  の無限級数表示と無理数性
17. 積分漸化式  $\int x^n e^x dx$  の応用④ ガンマ関数  $\Gamma(p)$  (階乗の実数への一般化)
18. 積分漸化式  $\int x^p (1-x)^q dx$  の応用⑤ ベータ関数  $B(p, q)$  (裏技  $\frac{1}{6}$  公式の一般化)
19. 逆関数の定積分の等式  $\int_a^b f(x) dx + \int_{f(a)}^{f(b)} g(x) dx = bf(b) - af(a)$  と  $y = \tan x$  の逆関数の定積分
20.  $\tan x$  の逆関数の定積分表示  $f(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2 + 1} dt$  と性質
21. 定積分で表された関数の極限  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$
22. 定積分の定義 (区分求積法) を利用する和の極限  $\int_0^1 f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$
23. 微分方程式 直接積分形  $\frac{dy}{dx} = f(x)$  と変数分離形  $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$
24. 1 階線形微分方程式  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$
25. 回転体の容器への注水と水面の上昇速度・水面の面積の増加速度・排水時間

26. 区分求積法と微分積分学の基本定理, 面積が定積分で求まる理由
27. 面積の基本① ( $x$  軸方向への定積分)
28. 面積の基本② ( $y$  軸方向への定積分)
29. 接線と面積, 接する 2 曲線と面積
30. 曲線  $x^a + y^b = 1$  の面積とベータ関数  $B(p, q)$
31. 交点が求まらない面積による 2 等分 (等積条件)
32. 減衰曲線の面積の和の極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |e^{-x} \sin x| dx$
33. 双曲線の面積, 三角関数 (円関数) と双曲線関数
34. 媒介変数表示で表される曲線で囲まれた部分の面積 (リサージュ曲線)
35. 極方程式で表された関数の面積 (扇形分割積分) 正葉曲線  $r = \sin 2\theta$
36. 非回転体の体積 (円柱の切断)
37.  $x$  軸周りの回転体の体積  $V = \pi \int_a^b y^2 dx$
38. 回転軸をまたぐ図形の回転体の体積
39.  $x$  軸周りの回転体の体積 (媒介変数表示) (リサージュ曲線)
40.  $y$  軸周りの回転体の体積  $V = \pi \int_a^b x^2 dy$
41. 円筒分割積分 (バウムクーヘン分割積分)  $V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$
42. 回転体の体積の裏技 パップス・ギュルダンの定理
43. 斜軸回転体の体積 (傘型分割積分, 裏技公式)
44. 不等式で表された立体の体積, 直交する円柱の共通部分の体積
45. 直線の回転体の体積 (回転一様双曲面)
46. 平面図形の回転体の体積
47. 曲線の長さ (媒介変数表示・陽関数表示・極座標表示)

48. カテナリー  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  (双曲線関数) の面積・回転体の体積・長さ
49. 楕円の面積と回転体の体積
50. 斜め楕円の面積と回転体の体積
51. サイクロイドの面積・回転体の体積・長さ
52. アステロイドの面積・回転体の体積・長さ
53. カージオイドの面積・回転体の体積・長さ
54. リサージュ曲線の面積と回転体の体積
55. 円の伸開線の面積と長さ
56. ハイポサイクロイドの面積と長さ
57. エピサイクロイドの面積と長さ
58. 対数螺旋 (等角螺旋) の面積と長さ
59. アルキメデスの螺旋の面積と長さ, 放物線の長さ

1. ベクトルの基本と演算法則, 等式の証明, 正六角形
2. ベクトルの成分表示と大きさ, 成分によるベクトルの演算
3. ベクトルの成分表示と平行条件
4. ベクトルの成分表示と平行四辺形
5. ベクトルの1次結合  $s\vec{a} + t\vec{b}$  と1次独立
6. ベクトルの内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の定義とその理由, 性質, 図形的意味
7. 余弦定理のベクトル表示と内積の定義の成分表示の証明
8. ベクトルの内積の定義の成分表示となす角, 垂直条件
9. ベクトル  $|\vec{a} + t\vec{b}|$  の大きさの最小値と図形的意味
10. 三角形の面積のベクトル表示・成分表示とその証明
11. ベクトルの不等式の証明 (コーシー・シュワルツの不等式, 三角形の成立条件)
12. 変数変換によるベクトルの和の大きさの最大・最小
13. ベクトルの内積と  $ax + by$  の最大最小
14. ベクトルの急所! 「位置ベクトル」 の概念と内分点・外分点・中点・重心の位置ベクトル
15. ベクトルの共線条件 (3点が一直線上にある条件)
16. ベクトルの共点条件 (複数の点が一致する条件)
17.  $a\vec{PA} + b\vec{PB} + c\vec{PC} = \vec{0}$  を満たす点 P の位置と三角形の面積比
18. 2直線の交点の位置ベクトル (ベクトル分野ダントツ No.1 頻出問題)
19. 加重重心 (裏技) による点 P の位置問題と交点の位置ベクトル問題
20. 角の二等分線のベクトル 2 パターン
21. 正射影ベクトル (直交射影ベクトル)
22. 三角形の内心の位置ベクトル
23. 三角形の垂心の位置ベクトル
24. 三角形の外心の位置ベクトル
25. ベクトルとオイラー線 (三角形の重心 G・外心 O・垂心 H の位置関係)
26. 三角形の外心 O に関するベクトルの等式  $a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC} = \vec{0}$
27. ベクトルの内積の等式を満たす三角形の形状
28. ベクトルと正五角形,  $\cos 108^\circ$  の値
29. 直線のベクトル方程式 3 パターン
30. 円のベクトル方程式 2 パターン
31. 円の接線のベクトル方程式 2 パターン
32. ベクトル方程式が表す点 P の軌跡
33. 斜交座標系とベクトル (直交座標系の一般化)
34. ベクトルの終点の存在範囲

35. 空間の対称点の座標, 2 点間の距離, 三角形の形状, 定点から等距離にある点の座標
36. 平面ベクトルと空間ベクトルの基本事項比較
37. 平行六面体と空間ベクトルの演算
38. 2 つのベクトルに垂直な単位ベクトル
39.  $a\vec{PA} + b\vec{PB} + c\vec{PC} + d\vec{PD} = \vec{0}$  を満たす点 P の位置と四面体の体積比
40. 共面条件 (4 点が同一平面上にある条件) (空間ベクトル最重要事項)
41. ベクトルによる四面体の有名性質の証明
42. 平面と直線の交点の位置ベクトル (空間ベクトル最重要問題)
43. 平面に下ろした垂線の足と四面体の体積 (直線と平面の垂直条件)
44. 平面に関する対称点の位置ベクトル
45. ベクトルの外積 (裏技) による法線ベクトル・空間の三角形の面積・平行六面体の体積・四面体の体積
46. 空間における直線と平面の方程式 (座標軸に垂直)
47. 空間における直線の方程式  $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$
48. 空間における平面の方程式  $ax + by + cz + d = 0$
49. 空間の点と平面の距離の公式の証明, 平行な 2 平面の距離
50. ねじれの位置にある 2 直線間の最短距離 (共通垂線)
51. 空間の 2 直線, 2 平面, 直線と平面のなす角
52. 定直線を含む平面と 2 平面の交線を含む平面の方程式 (平面束)
53. 空間の球面の方程式  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$
54. 2 つの球面の交線と交線を含む平面の方程式 (球面束)
55. 空間の球面と平面の交線
56. 空間の球の接平面の方程式  $x_0x + y_0y + z_0z = r^2$

1. 放物線の定義・標準形・焦点・準線
2. 放物線の接線の方程式と光線の反射, パラボラアンテナの原理
3. 楕円の定義・標準形・焦点・長軸・短軸, 楕円の方程式の決定
4. 楕円の接線の方程式, 焦点距離, 光線の反射
5. 楕円と円の関係, 楕円の面積
6. 楕円の弦の midpoint と長さ
7. 楕円の弦の midpoint の軌跡
8. 楕円と直線の距離
9. 楕円の接線と座標軸が作る三角形の面積の最小
10. 座標軸が切り取る楕円の接線の長さの最小
11. 楕円に内接する長方形の面積の最大
12. 楕円の準円(直交する2本の接線の交点の軌跡)
13. 双曲線の定義・標準形・焦点・漸近線, 双曲線の方程式の決定
14. 双曲線の接線の方程式, 焦点距離, 光線の反射
15. 双曲線の接線と漸近線に関する有名性質
16. 双曲線と直線の共有点の個数
17. 双曲線の弦の midpoint の軌跡
18. 双曲線の準円(直交する2本の接線の交点の軌跡)
19. 放物線の2本の接線(なす角  $45^\circ$ ) の交点の軌跡
20. 2次曲線の回転移動, 標準化, 判別式
21. 2次曲線の極と極線
22. 離心率  $e$  による2次曲線の定義
23. 点光源による球影と円錐曲線
24. 2次曲線の極方程式と弦に関する有名性質

1. 2次曲線(放物線・円・楕円・双曲線)の媒介変数表示
2. 直線群による円と双曲線の媒介変数表示
3. 直線群によるディオクレスのシッソイドとデカルトの正葉線の媒介変数表示
4. 放物線の媒介変数表示
5. 円と楕円の媒介変数表示
6. 双曲線の媒介変数表示
7. サイクロイドの媒介変数表示  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$
8. ハイポサイクロイドとアステロイドの媒介変数表示
9. エピサイクロイドとカージオイドの媒介変数表示
10. 円の伸開線(インボリュート)の媒介変数表示
11. 直交座標  $(x, y)$  と極座標  $(r, \theta)$  の関係と相互変換
12. 極座標平面上の2点間の距離と三角形の面積
13. 直線の極方程式2パターン
14. 円の極方程式2パターン
15. 2次曲線の極方程式と弦に関する有名性質
16. アルキメデスの螺旋の極方程式  $r = \theta$
17. 極方程式の対称性と周期性, 正葉曲線の極方程式  $r = \sin a\theta$
18. カージオイド(心臓形)の極方程式
19. リマソン(パスカルの蝸牛形)の極方程式
20. レムニスケート(連珠形)の極方程式  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

1. 複素数の図形的意味, 座標平面上の点の  $90^\circ$  回転移動
2. 複素数の実数倍と加法・減法, 複素数平面の平行四辺形
3. 共役複素数の図形的意味と性質, 複素数の実数条件・純虚数条件
4. 複素数の絶対値の性質, 余弦定理の複素数表示
5. 方程式の実数解と虚数解
6. 極形式 (複素数の極座標表示)
7. 複素数の積・商と極形式
8. 複素数の積・商の図形的意味 (拡大・縮小, 回転), 原点以外の点を中心とする回転移動
9. ド・モアブルの定理と複素数の  $n$  乗
10. ド・モアブルの定理と累乗の等式を満たす整数
11. ド・モアブルの定理による 3 倍角の公式・三角関数の等式の証明
12. ド・モアブルの定理と三角関数の和  $\sum_{k=1}^n \cos k\theta, \sum_{k=1}^n \sin k\theta$
13. 複素数の  $n$  乗根とその図形的意味
14. 1 の  $n$  乗根の性質
15. 線分の内分点・外分点と三角形の重心を表す複素数
16. 2 直線のなす角, 共線条件, 垂直条件
17. 複素数の等式が表す三角形の形状決定
18. 3 点が正三角形を作る条件と三角形の相似条件
19. 複素数平面上の直線の方程式 (垂直二等分線と円の接線の方程式)
20. 複素数平面上の円の方程式 (アポロニウスの円)
21. 円周上を動く複素数の絶対値と偏角の範囲
22. 原点を通る直線に関する対称点
23. 三角形の外心を表す複素数
24. 三角形の内心を表す複素数
25. 三角形の垂心を表す複素数  $z = \alpha + \beta + \gamma$
26. 4 点が同一円周上にある条件 (共円条件)
27. 複素数による図形の性質の証明
28. 変換  $w = \alpha z + \beta$  による像
29. 反転変換  $w = \frac{1}{z}$  による像
30. 1 次分数変換 (メビウス変換)  $w = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}$  による像
31. ジューコフスキー変換  $w = z + \frac{a^2}{z}$  による像
32. 複素数列 (回転と拡大を繰り返す点の移動)
33. 特殊解型漸化式で定まる複素数列が通る円と極限